

# 動きをデザインする科学

## —制御屋さんのモノの見方と考え方—

国立情報学研究所  
情報学プリンシプル研究系  
准教授 岸田昌子

2017.10.18 国立情報学研究所 市民講座

情報犬ビットくん  
国立情報学研究所



# 本講義について

目的：制御屋さんのモノの見方と考え方を紹介

背景：制御理論の研究をしていると言うと、  
(・\_・;? といった反応が返ってくる

制御＝機械だと思っている人が多い

方針：数式は（ほぼ）使わない

制御の考え方は、工学だけでなく、  
生物学や経済学、身近なところでも使われている

# 本講義の内容

## 1. はじめに

### 1.1. 制御とは？

### 1.2. 制御技術の歴史

## 2. 制御屋さんのモノの見方と考え方

### 2.1. 制御理論とは？

### 2.2. 開ループ制御と閉ループ制御

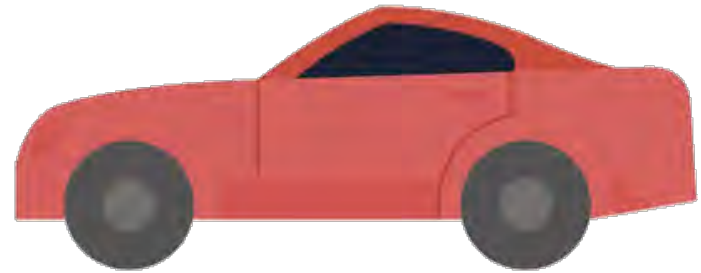
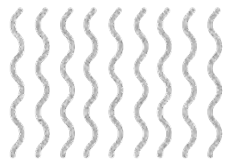
### 2.3. 制御理論の歴史

## 3. 様々な制御と最近の話題について

# 1. はじめに

# 1.1. 制御とは？

制御と言われて何を思い浮かべますか？



# 制御とは？

制御とは

制 + 御 = 制し御すること

おさえつける

思い通りに動かす

対象をそのままに放置すれば、それぞれのルールに従って変化するところを、われわれが積極的に対象に働きかけることによって、われわれの意図するように対象の動きを変化させること

# 身の回りの制御

例えば

- エアコン（望みの室温に保つ）
- お風呂（水位を一定のところまで止める）
- 炊飯器（温度を調節してご飯を炊く）
- お掃除ロボット（何かにぶつかったら進行方向を変える）
- 自動車（クルーズコントロールで一定速度を維持する、衝突回避システムで事故を回避する）

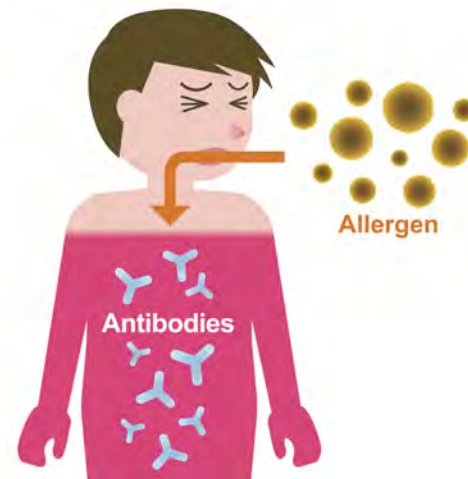




# 自然界の制御

例えば

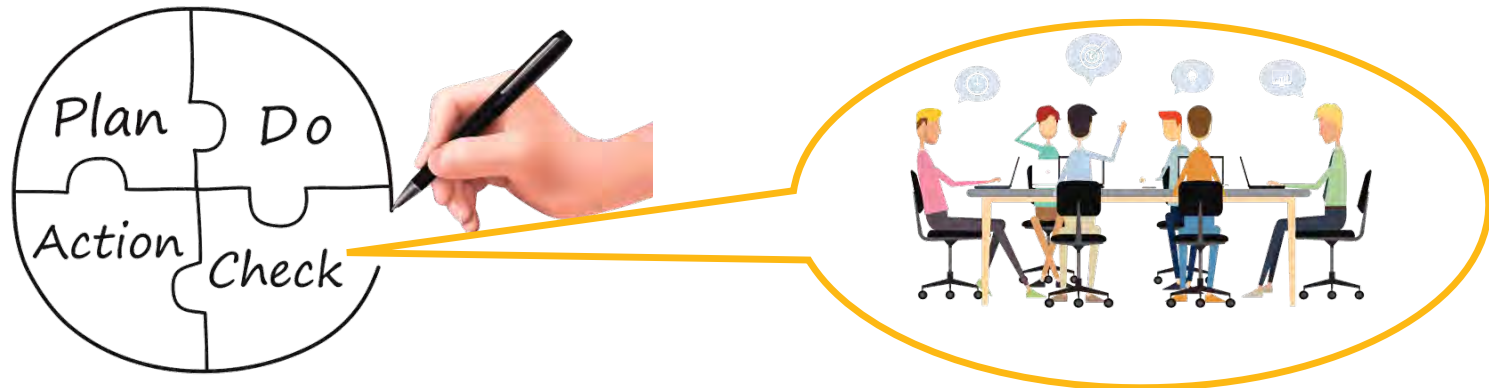
- 土蔵（温度や湿度を一定に保つ）
- 被食者と捕食者（個体数を一定に保つ）
- 体内時計（光によって24時間周期に保つ）
- ホメオスタシス（生体内部環境を一定に保つ、免疫システムなど）



# こういったものも制御

例えば

- 人間の動作（スポーツや楽器の演奏など五感からの情報を使って体を動かす）
- 市場メカニズム（需要と供給、政府の介入）
- ビジネスのPDCA



# 制御屋さんが一言でまとめると？

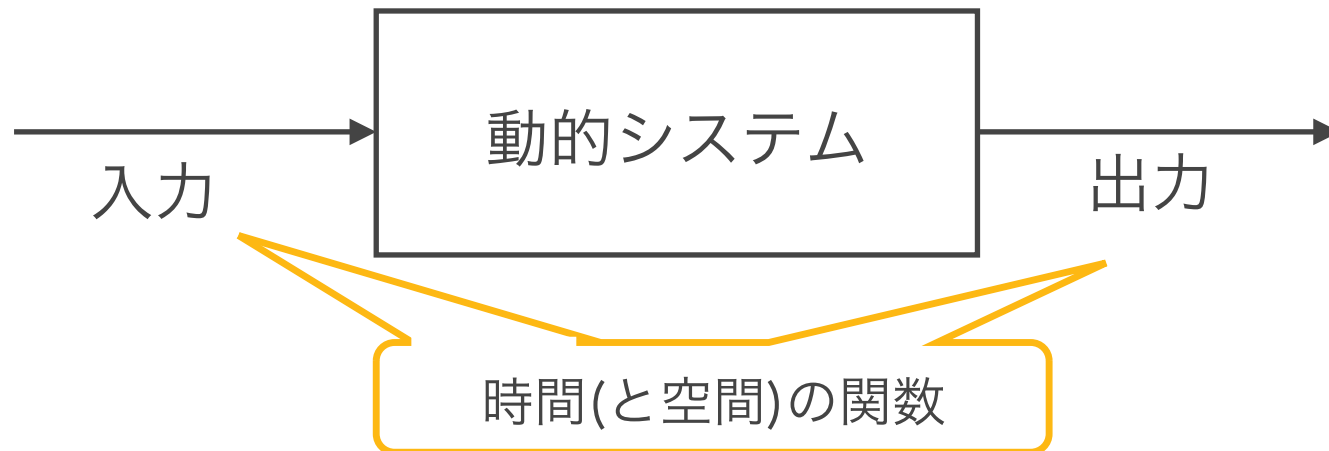
制御とは

- モノを望み通りに動かすための技術
- 入出力がある動的システムから望みの出力を得るように、自動的に入力を調整する仕組み



# 動的システムとは？

- 入力に対して、**一定の規則に従って**、出力が時間的に変化するシステム
- 時間に関する常微分方程式や差分方程式を用いて表す



# 制御の登場人物

- **プラント**：制御したい動的システム、制御対象
- **制御器**（コントローラ）：どうすればプラントが望み通りに動くか考えるもの
- **アクチュエータ**：制御器からの信号に基づいて、プラントを実際に動かすもの
- **センサ**：プラントからの出力を計測するもの  
（登場しないこともある）
- **外乱**：否応無しにプラントに働きかけ、プラントからの出力に影響するもの

# エアコンによる室温制御の例

- プラント：部屋（の温度）
- 制御器（コントローラ）：エアコン（内部のコンピュータ）
- アクチュエータ：室内機からの熱量
- センサ：温度計
- 外乱：部屋の外の気温

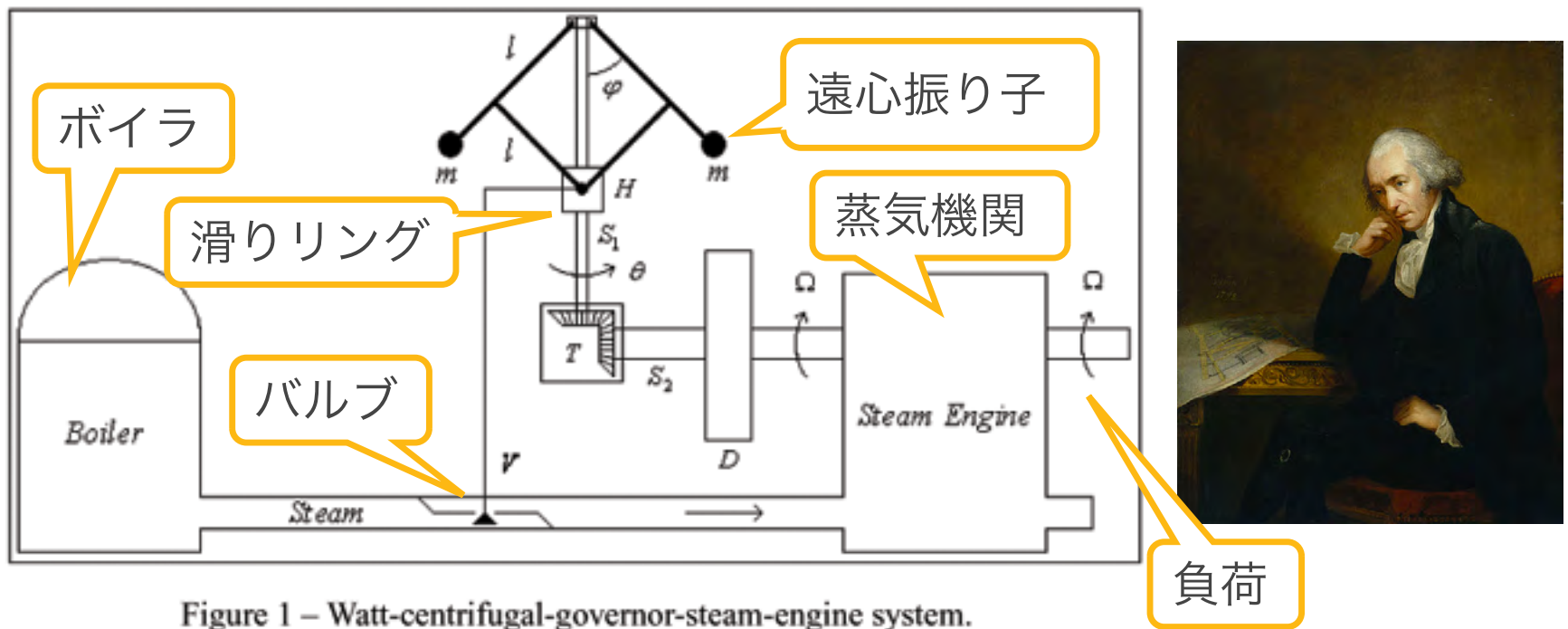


# 1. 2. 制御技術の歴史

# 制御の始まり (1700年代後半)

## ワット

遠心力を応用して、**蒸気機関**の回転速度を一定に保つ**遠心调速機**を発明 (1788年)

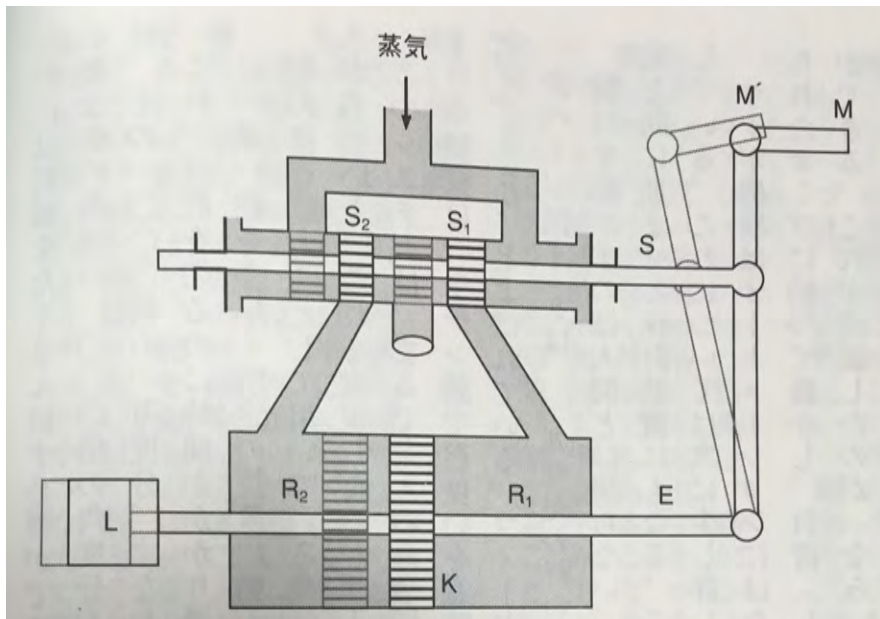




# サーボ機構 (1800年代半ば)

蒸気機関から蒸気船へ

大きな船を動かすのは大変⇒蒸気機関を使おう⇒  
大型蒸気船の誕生⇒舵を切るのが大変⇒蒸気を操  
舵装置に使おう⇒**サーボ機構**の誕生



物体の位置、方向、姿勢などを  
制御量とし、**目標値に追従する**  
**ように自動で作動する機構**

# プロセス制御（1900年代初め）

化学反応を制御して物質を作る

窒素肥料の材料となるアンモニアが不足⇒空気中の窒素を使おう⇒ハーバー水素と窒素の混合ガスをアンモニアに変換⇒変換効率が低い⇒ボッシュ未反応ガスを再循環しよう⇒アンモニアの反復合成⇒プロセス制御の始まり

化学反応の工程を連続化して、温度、圧力、液位、流量などの化学反応や環境に関する条件を制御

今では、石油精製、繊維、薬品、製鉄などの様々なプロセス産業で使われている



# 電子管増幅器（1900年代初め）

## 通信技術の発達

- ベルによる電話の発明（1876年）
- 途中で信号が減衰しないように増幅器を設置

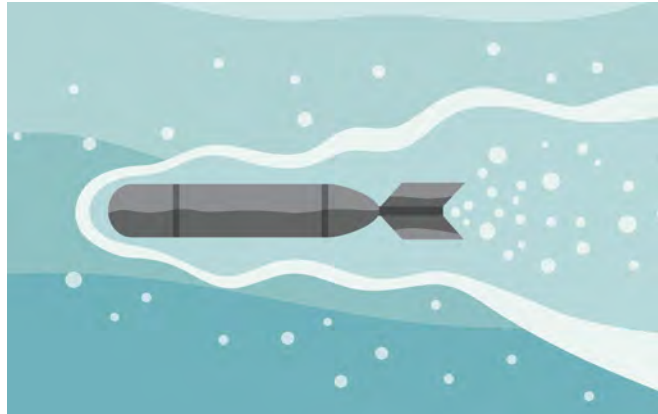
## ブラック

出力（出て行く音声電圧）の一部を入力（入ってくる音声電圧）側にフィードバックし、高品質の音声の増幅を可能にした（1925年）



# 1900年代半ばの制御

戦争で必要に迫られて大きく発展



自走式魚雷



ミサイル

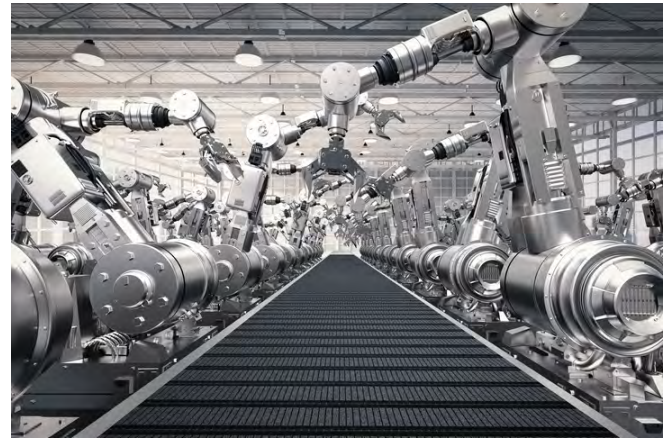


人工衛星

# 現代の制御



ドローンによる宅配、空撮



工場内監視



自動運転技術



お掃除ロボット

## 2. 制御屋さんの モノの見方と考え方

## 2. 1. 制御理論とは？

# 制御理論とは？

制御理論とは

制御 + 理論 = 制御の理論

制し御する

個々の現象や事実を統一的に説明し、予測する力をもつ体系的知識

(三省堂 大辞林)

モノを望み通りに動かすために必要な条件や手法などの法則を**数学を使って**厳密に導き出す



# もう少し具体的に言うと？

## 制御理論とは

自動車、ロボット、医療、交通、経済など  
あらゆる動的システム

- 様々な種類の問題を解くために必要な、解析や設計のテクニックを統一的に考える学問

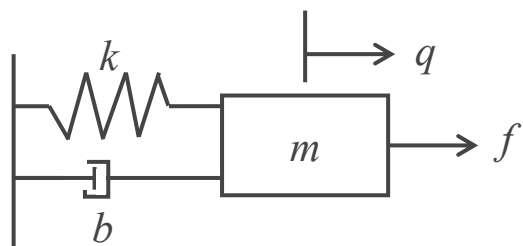
個別の対象に依存しない

こんなことが可能なのか？

# 鍵は抽象化

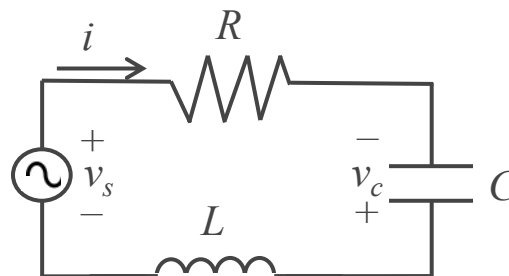
様々なシステムに共通する構造や性質に注目する

力学系



$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq = f$$

電気回路



$$LC\ddot{v}_c + RC\dot{v}_c + v_c = v_s$$

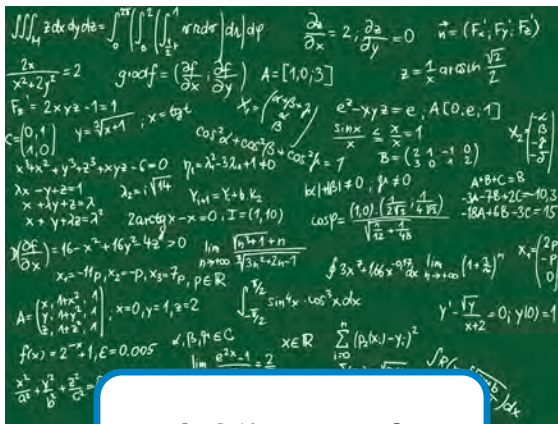
異なるシステムも微分方程式は同じ！

この同じ微分方程式が持つ性質について考えます



# 制御理論と実世界

微分方程式の解を操作する

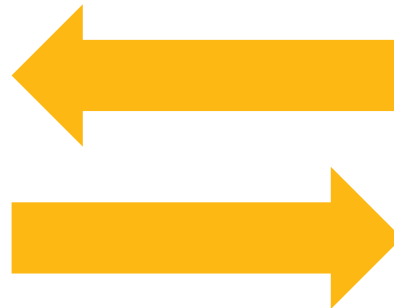


制御理論

動きをデザインする

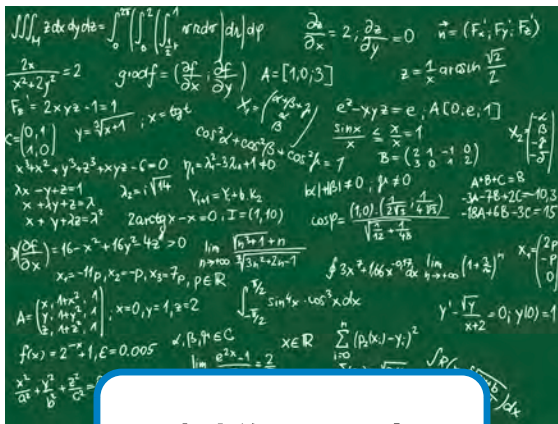


実世界



# 制御理論と実世界

- ニュートンの法則など物理に基づいた**数理モデリング**
- 回帰や機械学習などによるシステム同定に基づいた**数理モデリング**



制御理論



実世界

設計の実装

数学を使ってシステムを  
解析し、制御器を設計する

# モデリング

制御器はプラントモデルに対して設計されるものであって、実際のプラントに対して直接設計されるわけではない

- モデルは実際のプラントの挙動の本質を掴む程には正確でなければならない
- モデルが複雑になる程、制御器設計が難しくなるので、必ずしも実際のプラントに近いモデルがいいわけではない

## 2.2. 開ループ制御と 閉ループ制御

# 開ループ制御

信号（情報）が一方向にしか流れない



# 制御の登場人物（再掲）

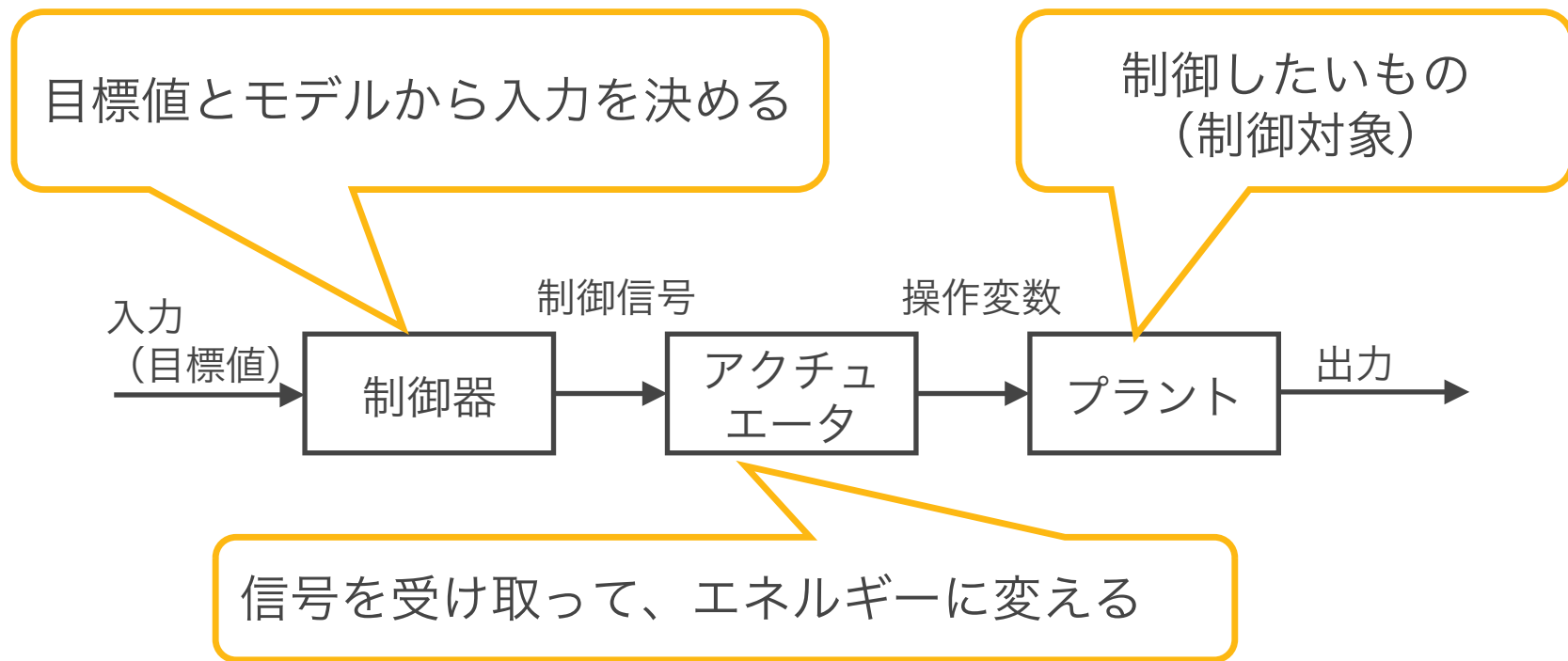
- **プラント**：制御したい動的システム、制御対象
- **制御器**（コントローラ）：どうすればプラントが望み通りに動くか考えるもの
- **アクチュエータ**：制御器からの信号に基づいて、プラントを実際に動かすもの
- **センサ**：プラントからの出力を計測するもの  
（登場しないこともある）
- **外乱**：否応無しにプラントに働きかけ、プラントからの出力に影響するもの



# 制御の登場人物（再掲）

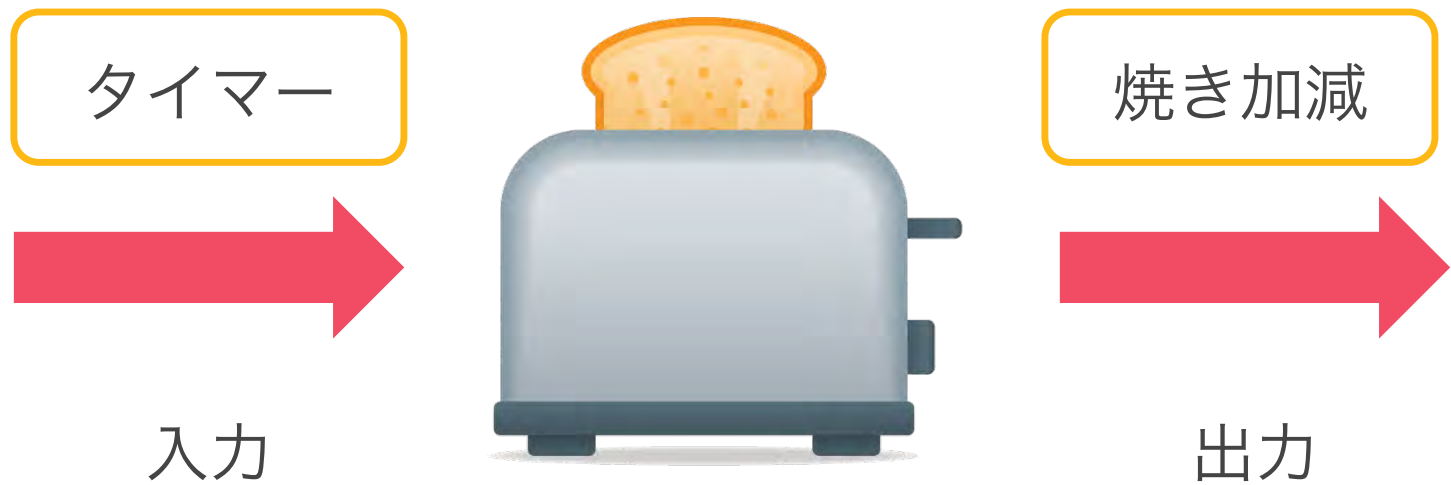
- **プラント**：制御したい動的システム、制御対象
- **制御器**（コントローラ）：どうすればプラントが望み通りに動くか考えるもの
- **アクチュエータ**：制御器からの信号に基づいて、プラントを実際に動かすもの
- **センサ**：プラントからの出力を計測するもの  
（登場しないこともある）
- **外乱**：否応無しにプラントに働きかけ、プラントからの出力に影響するもの

# 開ループ制御



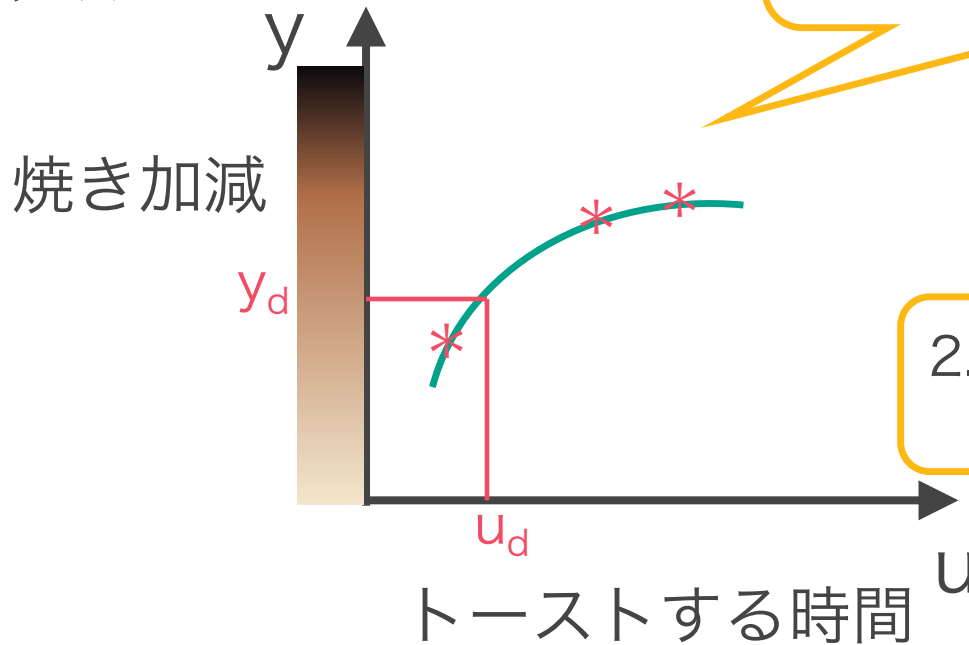
出力を見ないで制御信号を決める

# トースターの例



# トースターの例

- モデル



1. トーストする時間を色々変えて実験

2. データを繋いで関数を使って表す

- 入力：モデルの逆関数をとる  
欲しい焼き加減を  $y_d$  とすると  $u_d = f^{-1}(y_d)$

# 開ループ制御が使われているもの

- 炊飯器
- 電気ストーブ
- スプリンクラー
- 乾燥機
- 扇風機



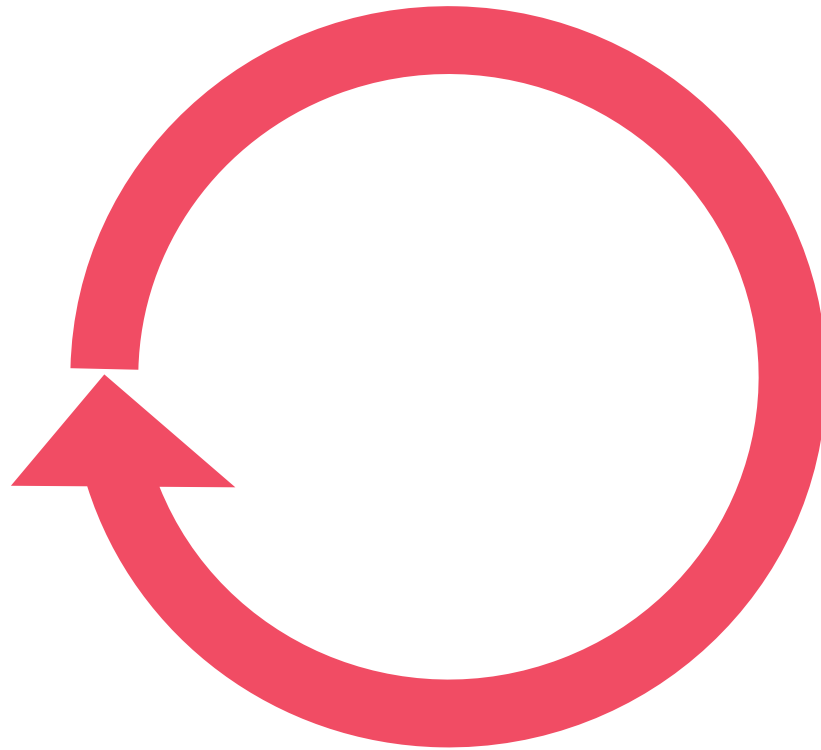
# 開ループ制御のまとめ

- 入力は実際の出力に依存しない
- 簡単で安価
- モデルが不正確だったり、外乱があったりすると、目標達成は不可能

プラントの入出力の関係を正確に知っているなら、  
この方法が良い

# 閉ループ（フィードバック）制御

信号（情報）の流れがループする



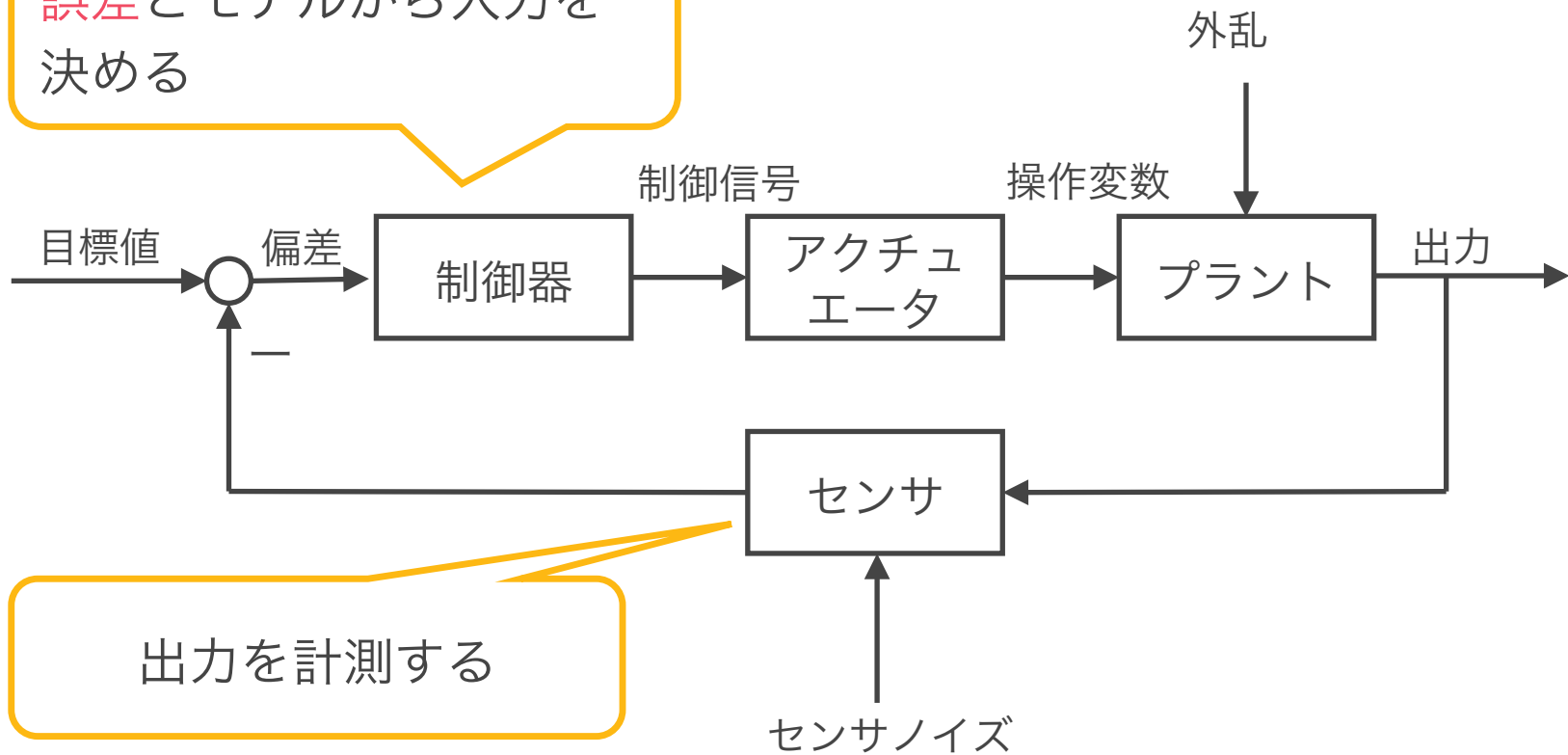
# 制御の登場人物（再掲）

- **プラント**：制御したい動的システム、制御対象
- **制御器**（コントローラ）：どうすればプラントが望み通りに動くか考えるもの
- **アクチュエータ**：制御器からの信号に基づいて、プラントを実際に動かすもの
- **センサ**：プラントからの出力を計測するもの  
（登場しないこともある）
- **外乱**：否応無しにプラントに働きかけ、プラントからの出力に影響するもの



# フィードバック制御

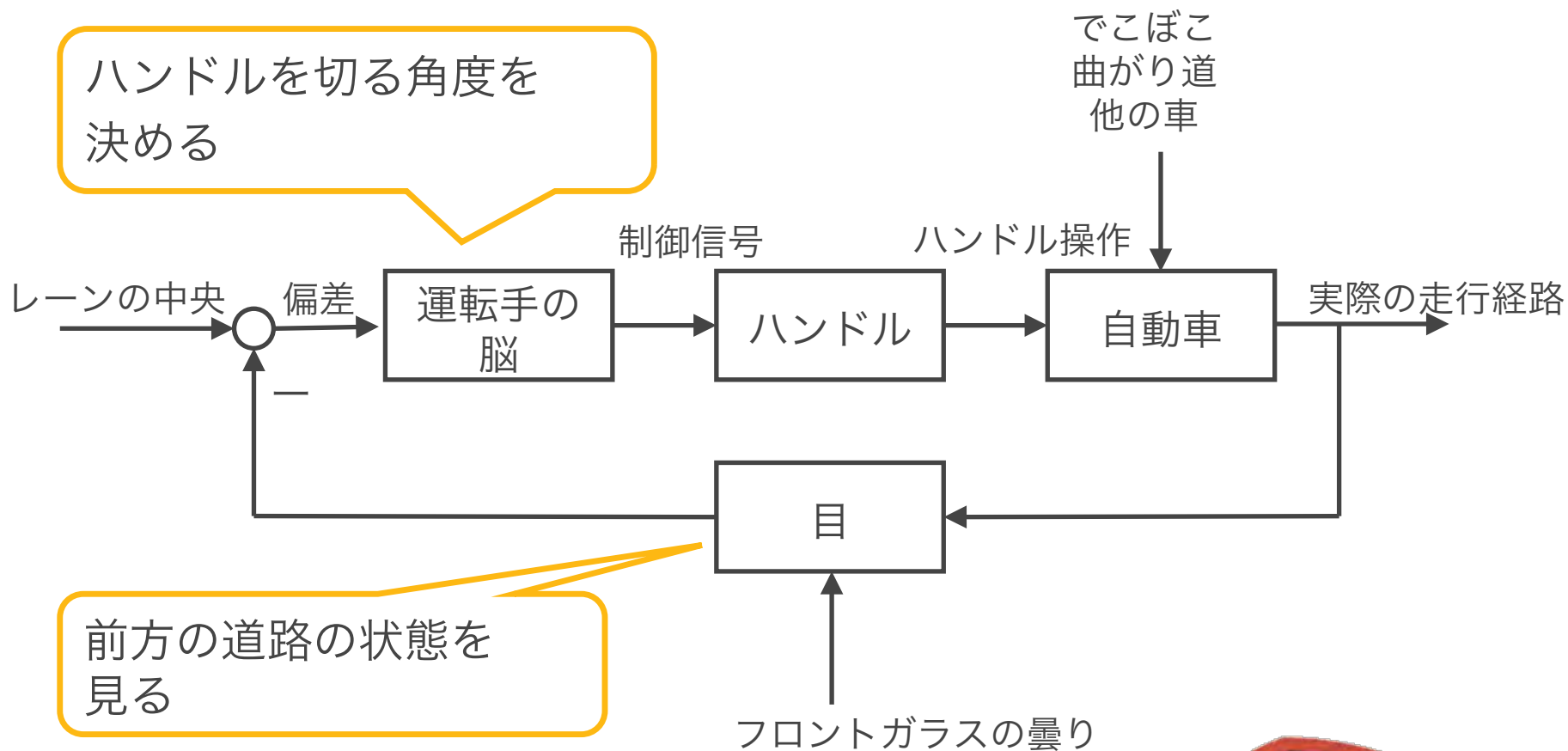
誤差とモデルから入力を  
決める



出力を計測する

目標値と出力の差を使って制御信号を決める

# 自動車の例



# フィードバック制御が使われているもの

- エアコン
- 電気ケトル
- お掃除ロボット
- 新幹線の運行管理システムや定速走行装置
- 建物のアクティブ制振システム



# フィードバック制御のまとめ

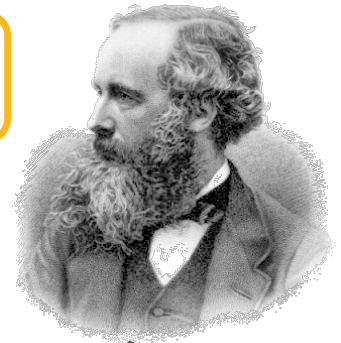
- 入力は実際の出力の関数
- センサが必要で、設計も複雑
- プラントが不安定でも、多少の外乱があっても大丈夫

制御理論は  
主にフィードバック制御についての理論

## 2. 3. 制御理論の歴史

# 制御理論の始まり

ハンチング現象



ワットの调速機の問題点：時々**不安定**

マクスウェルが解析 *On Governors* (1868年)

- たくさんの種類の调速器に**共通する特徴**から普遍的な性質を調べるための定量的表現を導いた
- 调速器がハンチングを起こさない振り子の質量やロッドの長さが満たす条件を**理論的に導出**
- **安定性の概念**を正確に定式化（特性方程式の根の実部がマイナスでないといけない）

# On Governors

To convert this apparatus into a governor, let us assume viscosities  $X$  and  $Y$  in the motions of the main shaft and the centrifugal piece, and a resistance  $G\phi$  applied to the main shaft. Putting  $\frac{dA}{d\phi} \omega = K$ , the equations

become

$$A \frac{d^2\theta}{dt^2} + X \frac{d\theta}{dt} + K \frac{d\phi}{dt} + G\phi = L, \quad \dots \dots \dots (9)$$

調速機の  
運動方程式

$$B \frac{d^2\phi}{dt^2} + Y \frac{d\phi}{dt} - K \frac{d\theta}{dt} = 0. \quad \dots \dots \dots (10)$$

The condition of stability of the motion indicated by these equations is that all the possible roots, or parts of roots, of the cubic equation

$$ABn^3 + (AY + BX)n^2 + (XY + K^2)n + GK = 0 \quad \dots \dots \dots$$

特性方程式

shall be negative ; and this condition is

$$\left(\frac{X}{A} + \frac{Y}{B}\right) (XY + K^2) > GK. \quad \dots \dots \dots$$

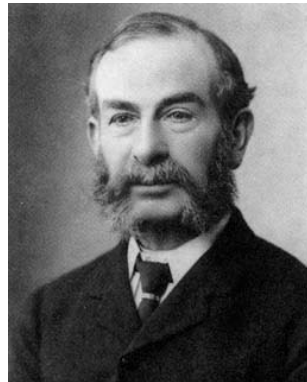
安定条件

# 安定判別法

出力が入力の3階までの微分の関数で表されるシステム

マクスウェルは3次系の必要十分条件までしか導けず、一般の場合は懸賞問題にした

- 友人のラウスが一般的な解決（1874年）
- フルヴィッツも独立に解決（1895年）



方程式を解かずに安定性の判別が可能に！



# 安定判別法

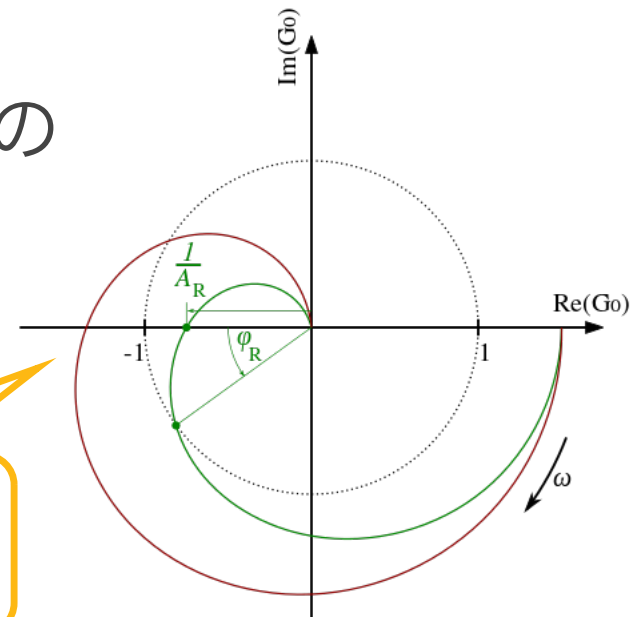
ブラックのフィードバック増幅器の問題点：  
時々不安定（信号を出力から入力に戻す割合による）

ナイキストが解析（1932年）

- 増幅器が安定に動作するための  
条件を理論的に明らかにした



ナイキスト線図



# 古典制御理論（1940年代～）

電気通信システムとの絡みで発達

目標値 = 送信信号

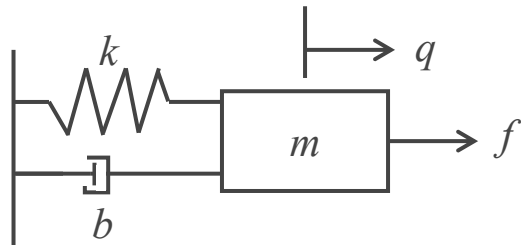
制御量 = 受信信号

外乱 = 雑音

- 入出力の値のみに着目（伝達関数）
- 基本的に線形システムの **1入力1出力** のシステムを **周波数領域**（ラプラス領域）で扱う
- 線形システムのみ
- モデルなしでもOK

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

# 周波数領域の数理モデル



ラプラス変換

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq = f \Leftrightarrow ms^2Q(s) + bsQ(s) + kQ(s) = F(s)$$

- 入力:  $f$
- 出力:  $q$

$$\frac{Q(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

伝達関数

車のサスペンション制御のモデルは、これを複雑にした形をしています

# 現代制御理論（1960年代～）

（難しい） 数学を駆使して進展

- 入出力に加えて、システムの“状態”も考える
- 主に多入力多出力のシステムを時間領域で扱う  
（一階常微分方程式）
- ポントリャーギンの最大値原理（1956年）
- ベルマンの動的計画法（1957年）
- カルマンの状態空間法（1961年）
- モデルベースト

現代制御理論の中心

# ポントリャーギンの最大値原理 (1956年)

最適制御理論における最も重要な結果

問題:

$$\text{maximize } J = \int_0^T L(x, u) dt$$

$$\text{s.t. } \dot{x} = f(x, u), \quad x(0) = x_0, \quad u(t) \in \mathcal{U}, \quad t \in [0, T]$$

に対し、 $H(x, u, \lambda, t) = L(x, u) + \lambda^T(t) f(x, t)$  とすると  
 $(x^*(t), u^*(t))$  が最適であるならば  $\lambda$  が存在して次を満たす

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda}, \quad \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad \lambda(T) = 0$$

$$H(x^*(t), u^*(t), \lambda^*(t), t) \leq H(x^*(t), u(t), \lambda^*(t), t), \forall t \in [0, T], \forall u \in \mathcal{U}$$

# ベルマンの動的計画法（1957年）

Principle of Optimality: An optimal policy has the property that whatever the initial state and initial decisions are, the remaining decisions must constitute an optimal policy with regard to the state resulting from the first decisions.

一連の決定のこと

sequence of decisions

最適性の原理: 最適な方策は、初期状態と初期決定がどんなものであれ、その結果得られる次の状態に関して、以降の決定が必ず最適方策になっているという性質をもつ

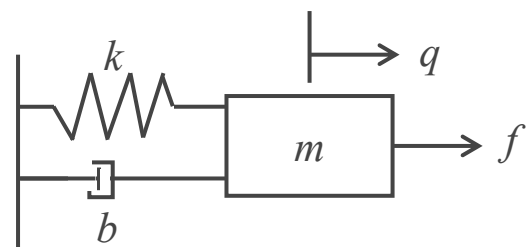
# カルマンの状態空間法 (1961年)

プラントを「入力と出力と状態変数を使った一階連立微分方程式」で表した状態空間モデルを使う

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

状態変数:  $x$   
入力:  $u$   
出力:  $y$

例:



$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq = f$$

入力:  $f$ 、出力:  $q$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{m} & -\frac{k}{m} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \\ 0 \end{bmatrix} f,$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ q \end{bmatrix}$$

# ポスト現代制御理論（1980年代～）

（机上の理論ではなく）現実的に実用的な理論へ

- 制御対象が不確かでも使える**ロバスト制御**
- 制御対象が時間変化しても使える**適応制御**
- ファジー制御、ニューラルネットワークなど

現実に即したモデルを  
使えるようになって実用性UP!





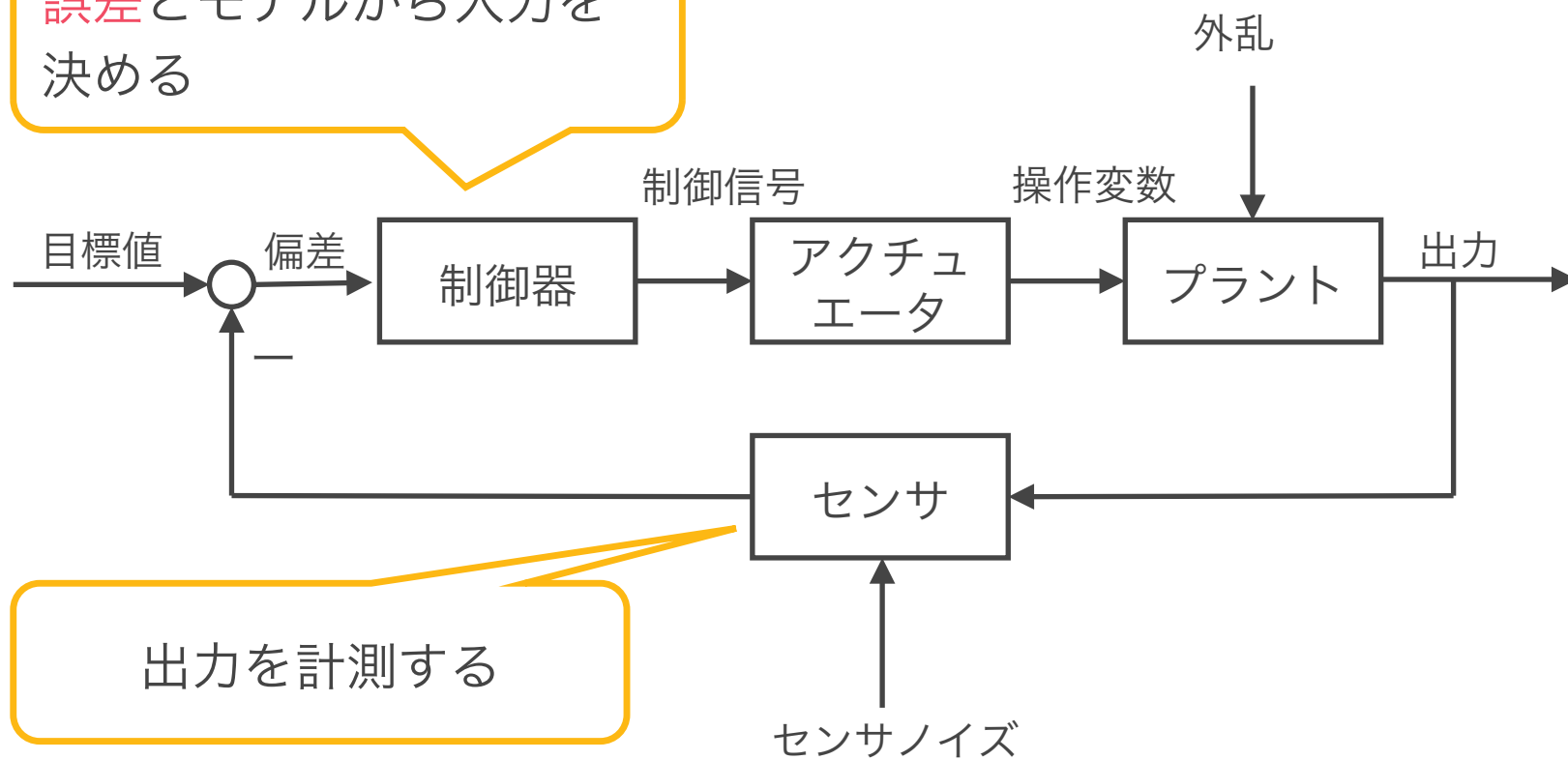
# 3. 様々な制御と 最近の話題について

# ○○制御

分類方法	名称
基本方式	開ループ制御、フィードバック制御
システムの性質	線形制御、非線形制御、確率制御
信号	連続時間制御、離散時間制御、サンプル値制御、ハイブリッド制御、量子化制御
目的	安定化制御、追従制御、外乱除去制御
対象	機械制御、プロセス制御、ロボット制御、量子制御
制御器	オンオフ制御、PID制御、最適制御、ロバスト制御、適応制御、内部モデル制御、モデル予測制御

# フィードバック制御（再掲）

誤差とモデルから入力を  
決める



出力を計測する

# フィードバック制御（簡略版）



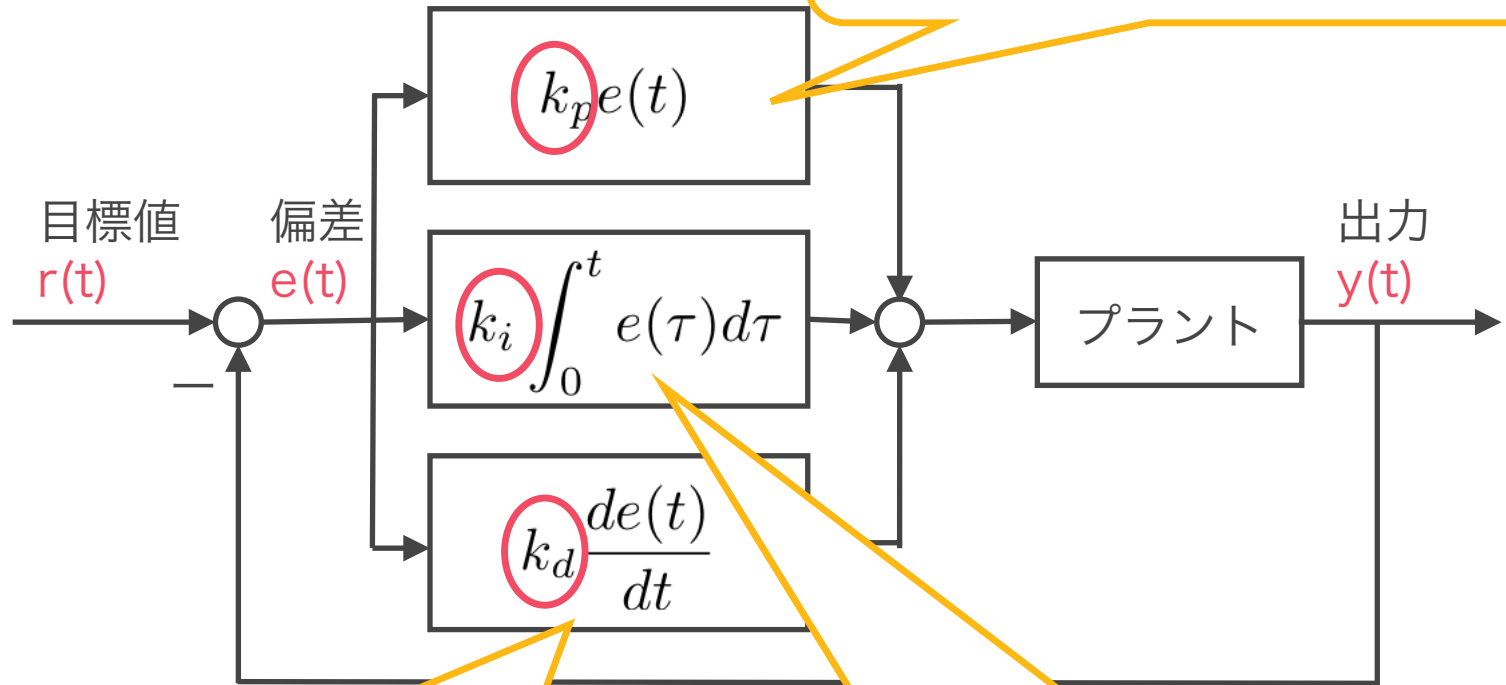
- アクチュエータは制御器から受け取る命令通り、プラントを動かすものとして省略
- センサも出力をそのまま制御器に送るとして省略

# PID制御

Proportional + Integral + Differential  
比例 積分 微分

## 3つのパラメータを調整

比例項：偏差を比例した操作量  
• 定常偏差を残す



微分項：偏差の変化を予測  
• オーバーシュートや応答速度を改善する

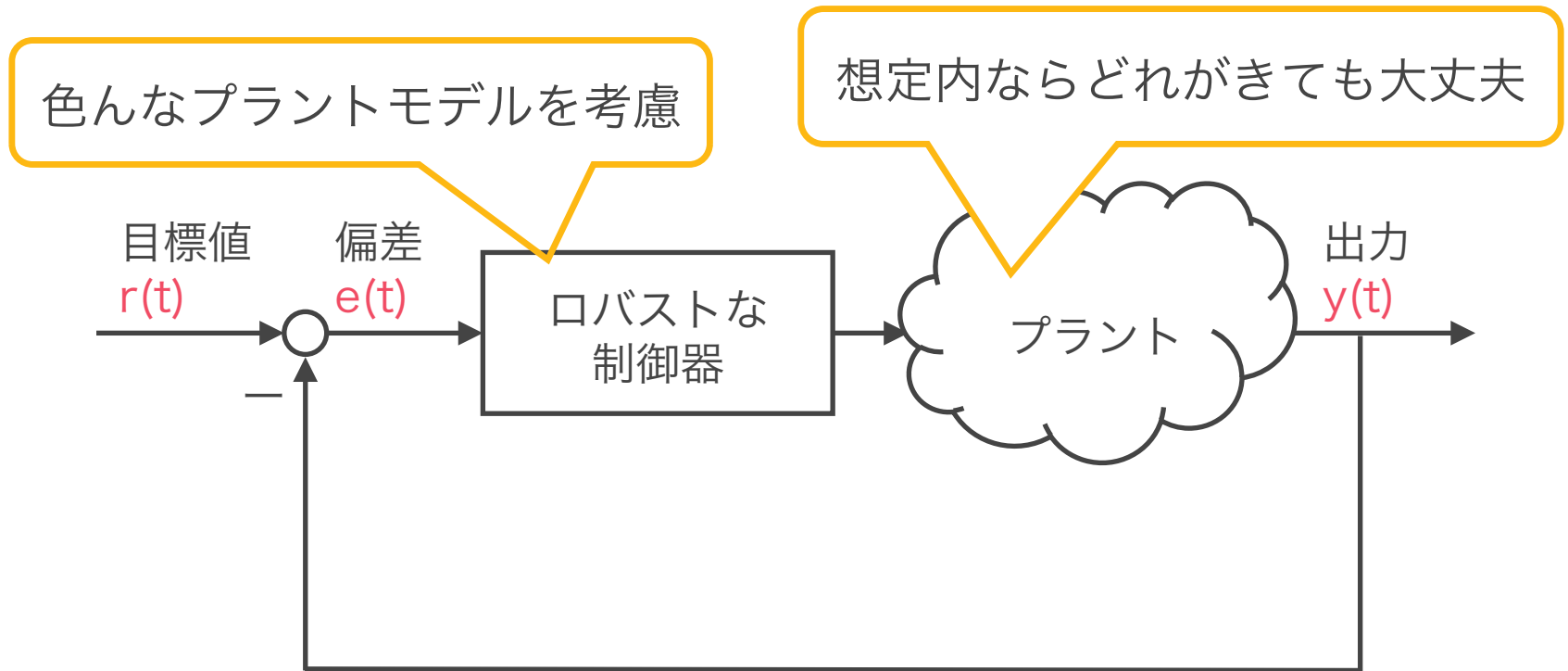
積分項：過去の偏差を蓄積する  
• 定常偏差をなくす  
• オーバーシュートやハンチングを起こす可能性

# PID制御

- 目標値と出力の偏差の比例、積分、微分の組み合わせで入力を決める
- シンプル、分かりやすい
- 古典制御の一種で、古くから産業界で使われており、ほぼどんなシステムにでも使える。今でも自動運転を含む多くの現場で使われている
- 試行錯誤でチューニング、うまくいく保証はない

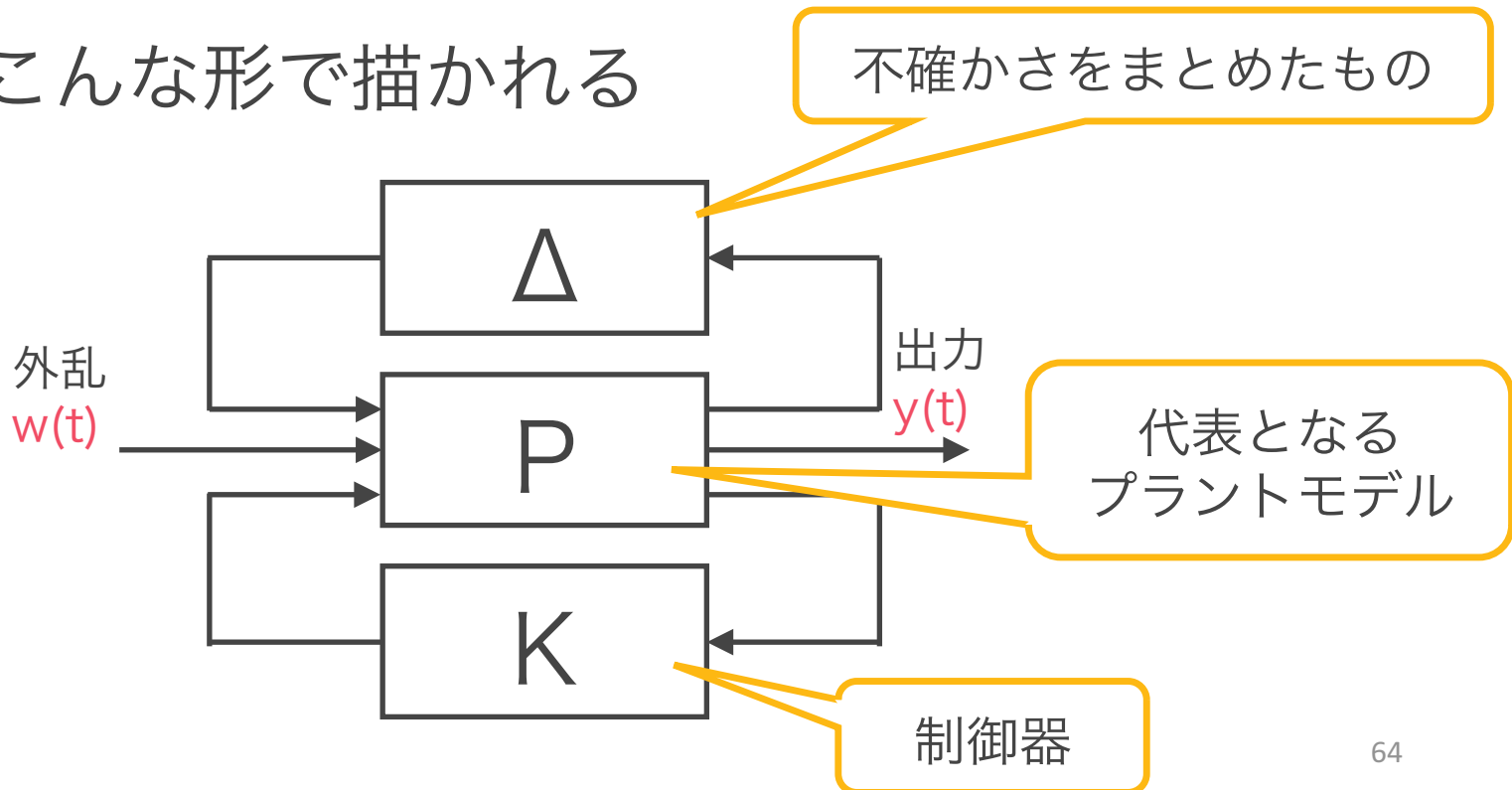
# ロバスト制御

モデルの集合に対して同じルールを適用しても、うまくいくように最悪ケースを考えて設計



# ロバスト制御

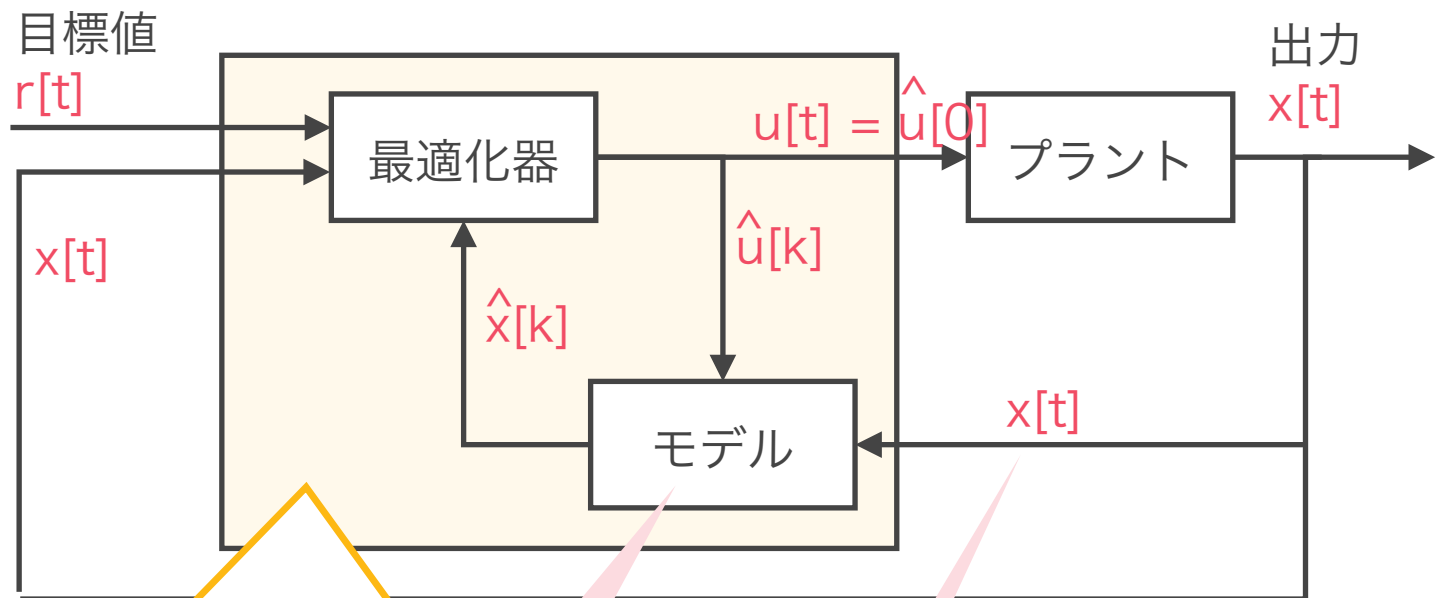
- 理論と産業界のギャップを埋めた
- 保守的なモデルを使うと、制御性能が落ちることがある
- よくこんな形で描かれる





# モデル予測制御

## 最適制御に基づいた手法



$$\min_{\hat{u}} \sum_{k=0}^{T-1} (\hat{x}[k] - r[k])^T Q (\hat{x}[k] - r[k]) + \hat{u}^T[k] R \hat{u}[k]$$

subject to  $\hat{x}[k+1] = f(\hat{x}[k], \hat{u}[k]), \hat{x}[0] = x[t]$

$$\hat{x}[k] \in \mathcal{X}, \hat{u}[k] \in \mathcal{U}, \forall k$$

# モデル予測制御

- アクチュエータなどの制約も陽に考慮できる
- 各時刻で、モデルを使った最適化問題を解いて、ある一定先の未来までの出力がベストになるように入力を決めるので、計算コスト大
- 1970年代に開発され、動きがゆっくりなプロセス系の制御で使われてきた
- 最近では、計算速度の向上により、自動車やインフラなど様々なものに使われるように

# 〇〇と制御

制御は様々な技術や学問と深い関わりがあります  
その中からいくつかを紹介します

- 経済学
- 医療
- インフラ
- 信号処理
- 人工知能

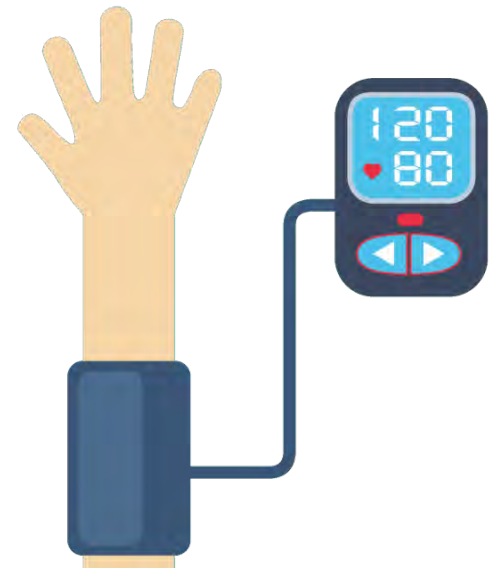


# 経済学と制御

- 初めてフィードバックという言葉が使われた  
(?)
- わりと昔から使われている分野 (1970年代~)
- 特に、最適制御理論や確率制御
- 効用の最大化、利潤の最大化など
- 経済分析や経済政策、最適資源分配問題
- 金融機関における資産と負債のリスク管理

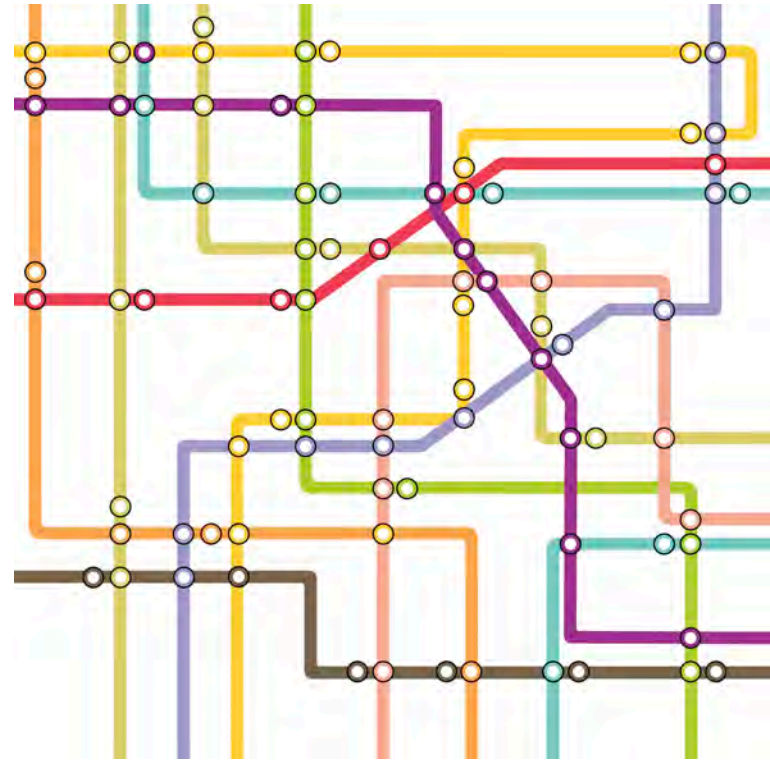
# 医療と制御

- 体温、血圧、血糖値などを薬物濃度（投与）で制御
- 体内の薬物分布を量的・空間的・時間的に制御
- 医療、介護ロボット
- 生命現象の解析



# インフラシステムと制御

- 電話やインターネットなどの通信網
- 鉄道や道路などの交通網
- 発電所、電力網
- 上下水道
- ガス



# 信号処理と制御

歴史で述べた共通点の結果（？）、数学的な議論を重視し、基本的なツールが似ている

- 伝達関数と状態空間モデル
- 周波数領域での解析
- 線形代数
- フィルタ

# 人工知能と制御

## 人工知能の本に制御が登場

	技術	事例
レベル1 (第1次AIブーム)	単純な制御プログラム	家電
レベル2 (第2次AIブーム)	推論、探索、知識ベース	将棋のプログラム、診断プログラム
レベル3	データを基にした機械学習	画像認識、音声認識、自然言語処理、将棋、チェス
レベル4	特徴量を学習する深層学習	

それ以外にも色々あります



# 人工知能と制御

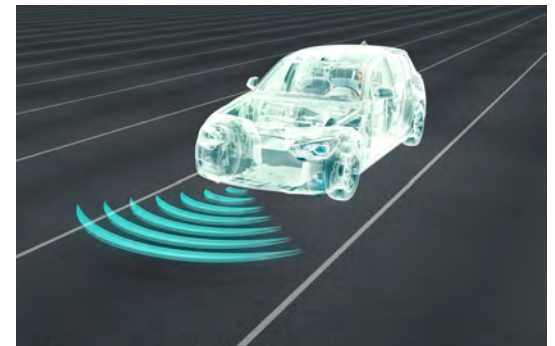
機械学習を使って制御のためのモデルを作る（システム同定）

深層学習を使った制御

- 倒立振り子やドローンの制御
- DeepMPC ( [deepmpc.cs.cornell.edu/](http://deepmpc.cs.cornell.edu/) )

応用の意味での融合

- 自動運転



# 制御についてもっと知りたい方へ

読み物（本講義の歴史関連部分の参考文献）

- 木村英紀 制御工学の考え方
- 示村悦二郎 自動制御とは何か
- S. Bennet [訳：古田、山北] 制御工学の歴史

オンライン講座

- MATLAB

<https://www.youtube.com/watch?v=i68MkFz9L38> など

- 慶應大学講義 制御工学

<https://www.youtube.com/watch?v=l-xpqAellel> など

# 素材提供

- ウィキペディア
- Getty Images
- 国立情報学研究所